Г.А. Зверькова
МОУ СОШ № 37
Г. Улан-Удэ

Методы решения целых рациональных уравнений

Тема: “Методы решения целых рациональных уравнений»

Урок повторения и систематизации знаний (10 класс, математический) .

Форма урока: турнир.

Цели:

- **Образовательная: повторить и систематизировать знания по данной теме при этом максимально развивая способности учеников, обратить внимание на виды уравнений, закрепить способы решения уравнений.**
- **Развивающая:развивать мышление, накапливать способы математической деятельности с помощью наблюдения, опыта, обобщения.**
- **Воспитательная: проявлять взаимовыручку, товарищество работая в группе.**

Оборудование: таблица, мультимедийный аппарат.

Классификация уравнений **трансцендентные** — **алгебраические** **показательные** **логарифмические** **тригонометрические** **иррациональные** **смешанные** **целые** **дробные**
Методы **разложение на множители** — **замена переменной** **оценка левой и правой части** — **графический**

План урока:

1. **Организационный момент.**
2. **Конкурсы: а) «Кто быстрее?»**
   б) «Экспресс-опрос»
   в) «Найди ошибку»
   г) «Мозговая атака»
3. **Историческая справка.**
4. **Поединок.**
5. **Применение нового нестандартного метода решения уравнений.**
6. **Итоги урока.**

Ход урока

I.Организационный момент.

Цель нашего урока-повторить и систематизировать знания по теме «Решение целых рациональных уравнений», повторитьспособы решения этих уравнени, применять в нестандартных заданиях. Урок проведем в форме турнира. Разделим класс на три группы (ряда). Оценки за урок будут выставлены по количеству баллов набранных в группе, для подсчета баллов будем использовать жетоны. Итак, начнем турнир.

Сегодня на уроке мы обратим внимание на решение уравнений высших степеней.Вы знаете, что уравнение первой степени ах+ в = 0, при $a\neq0$ имеет единственный корень. Число корней уравнения второй степени ax^2+вх +с=0 зависит от дискриминанта, но в любом случае имеет не более двух корней. Существуют формулы для вычисления корней уравнений третьей и четвертой степени, но они столь сложны, что ими практически не пользуются. Для уровнений пятой степени и выше не существует общих формул вычисления корней. Поэтому в современной математике разработаны различные методы, позволяющие с любой степенью точности находить приближенные значения корней уравнений. Использование компьютеров значительно облегчает эту работу. Приближенное решение уравнений тесно связано с построением графиков функций. Но сегодня мы не будем рассматривать этот метод.

IV. а)Итак, первое задание: «Кто быстрее ?»

1. Записать в тетрадях и на доске формулы теоремы Виета для многочлена 3-ей степени $ax^3+вx^2+cx+d$, если его корни x_1, x_2, x_3. Ответ: $x_1+x_2+x_3= -\frac{в}{a}$; $x_1x_2+x_1x_3+x_2x_3=\frac{c}{a}$; $x_1x_2x_3= -\frac{d}{a}$.
2. Кто быстрее составит приеденное уравнение 3-ей степени, если его корни 1; - 2; 3.
   1. Ответ: $x^3- 2x^2- 5x+ 6 = 0$
3. Известно, что в уравнении $x^3-+3x^2- 4x- 12 = 0$ среди его корней имеются два противоположных. Найти корни не решая уравнения.

Решение: $x +(- x) + x_3= - 3$; $x_3= - 3$; $x_1x_2x_3=12$; $x_1x_2= - 4$; $x_1 = 2$; $x_2= - 2$.

4. Назовите многочлен, корни которого противоположны корням многочлена
   $2x^3-8x^2+3x-4 = 0$; Ответ: $2x^3+8x^2+3x+4 = 0$;

Каждое задание 1 балл.

Мы повторили теорему Виета и обратную ей теорему и увидели, что с их помощью можно найти корни уравнения.

б)«Экспресс-опрос»

В этом конкурсе мы проверим ваши теоритические знания:

1. Равносильны ли уравнения: а) $x^5-1 = 0$ и $x^7-1 = 0$ Ответ: да
   б) $x^6-1 = 0$ и $x^2+x+1 = 0$ Ответ: да
   в) $|x|=5$ и $x^2=5$ Ответ: нет
2. Является ли уравнение $x^4=16$ следствием уравнения $x^5=32$?
3. Найти значения коэффициентов $2x^5+x^3+3x-5=ax^5+вx^4+cx^3+dx^2+fx+n$ (учащиеся проговаривают правило: два многочлена равны, если коэффициенты при соответствующих степенях равны).
4. $x^4+6x^3+3x^2+2=0$ а) имеет ли уравнение положительные корни?
   б) целые?
   в) дробные? Если имеет то как их найти? Объяснить.
5. При каких целых значениях а уравнение $x^4+ax+1=0$ имеет рациональные корни? Ответ: 2 и – 2.

в) «Найди ошибку».

В уравнении $x^4- 3x^3+2x^2- 1=0$ числа 1 и – 1 делители свободного члена, при проверке не являются корнями уравнения. Ответ: нет решения.

Верно ли решено уравнение? Найдите ошибку, если не верно. Как нужно решить?

г)«Мозговая атака»

а)Какие способы разложения на множители вы знаете?

Ответы:вынесение за скобку общего множителя, формулы скоращенного умножения, группировка, применение теоремы Безу, способ вычитания, метод неопределенных коэффициентов.

б) Где применяется метод замены переменной? Ответы: бикваддратные уравнения и сводящиеся к ним, возвратные уравнения,обобщеные возвратные уравнения, однородные уравнения.

в) Оценка левой и правой части?

г) Каким способом рациональнее решить уравнения:

1) $(x^2+2)^2- x^4=0$; Ответ: $\emptyset$, разложение на множители.
2) $2x^4+3x^3-16x^2+3x+2=0$; Ответ: $-2+\sqrt{3}$; $-2-\sqrt{3}$; 2; 0,5; возвратное уравнение
3) $x^4+x^3-x^2-7x-6=0$; Ответ: -1; 2 (разложение на множители, например, с помощью схемы

Горнера.

4) $x^9+5x-6=0$; Ответ: 1; оценка левой и правой части.

5) $(x^2-5x+7)-(x-2)(x-3)=1$; Ответ: 2; 3; замена переменной $x^2-5x+6=a$.

6) $x^8-15x^4-16=0$; Ответ: 2;-2

7) $x^5+2x^3=3(2-x)^3$; Ответ: 1; оценка левой и правой части.

8) $x^4-10x^3+27x^2-14x+2=0$; Ответ: $2+\sqrt{3}$; $2-\sqrt{3}$; метод неопределенных коэффициентов.

9) $(x^2+x+4)^2+8x(x^2+x+4)+15x^2=0$;Ответ: $-3+\sqrt{5}$; $-3-\sqrt{5}$; -2;разными способами:делением на $x^2\neq0$; выделением полного квадрата и другими.

10) $3x^4-2x^3+4x^2-4x+12=0$;Ответ: $\emptyset$; обобщенное квадратное уравнение

11) $(x^2-6x-9)^2=x(x^2-4x-9)$; Ответ:-1; 9; $0,5(5+\sqrt{61})$; $0,5(5-\sqrt{61})$.

III. Историческая справка.

20 февраля 1535 года в итальянском городе Болонья состоялся публичный диспут-поединок между профессором Никколо Фонтано по прозвищу Тарталья,занимавшим кафедру математики в Вероне. И неким Фибре. В то время такие состязания были явлением нередким. Противники предлагали друг другу заранее оговоренное число задач, и тот, кто успешнее справлялся с ними за отведенные несколько часов, объявлялся победителем. Он награждался обусловленным денежным призом и получал возможность занять университетскую кафедру, часто и за счет побежденного, подобный порядок вел к тому, что полученные математические результаты хранились авторами в тайне.

Важнейшим математическим достижением XVI века явилось решение алгебраических уравнений третьей и четвертой степени (квадратные уравнения умели решать уже древние).В начале XVI века прфессор математики Болнского университета Сципион дель-Ферро нашел метод решения уравнений вида $x^3+px+q=0$ (1) при $p>0$. Легко сообразить, что при этом условии уравнение (1) имеет единственный корень, поскольку если его записать $x^3=-px-q$, То в левой части уравнения функция возрастает, в правой убывает- уравнение имеет один корень. Свое открытие дель-Ферро держал в секрете и лишь незадолго до смерти в 1526 году сообщил его двум своим ученикам, одним из которых и был Фиоре. К 1535 году Тарталья был достаточно известным математиком. Прзвище свое –«заика»- он получил из-за невнятной речи. Получив вызов Тарталья понял, что Фиоре знает метод решения уравнения (1). Упорно работая день и ночь, Тарталья за 8 дней до диспута нашел этот метод. В результате за 2 часа 20 февраля 1526года он решил все 30 задач, предложенных ему Фиоре и оказавшихся, как и предполагалось, уравнениями вида (1). А Фиоре не смог решить ни одной из 30 задач выбранных Тартальей из различных разделов математики.

IV. Поединок.

Из этой исторической справки мы узнали, что еще в XVI веке между учеными математиками Проводились поединки турниры, в ходе которых появились новые открытия, новые способы решения уравнений. Сегодня на уроке предлагаю провести такой турнир между группами. Вы заранее приготовили друг другу задания (уравнения). Начинаем наш турнир. Ученики разных групп предлагают друг другу по два уравнения . В каждой группе назначены ученики проверяющие задания соперников. В течение 10 минут, ученики справляются заданиями, решения проверены, оценены ответы учеников быстрее других решивших предложенные уравнения.

V. Применение нового нестандартного метода решения уравнений.

Один из учеников нашел в дополнительной литературе метод, не изученный на уроке

$$(x^2+x+4)^2+8x(x^2+x+4)+15x^2=0$$

Заменим $x^2+x+4=a$, тогда $a^2+8xa+15x^2=0$

Решаем уравнение относительно переменной а и сделаем обратную замену.

Ответ:-2; -3; 5; -5.

Мы узнали еще один способ, который можем применять.

VI. Итоги урока.

Сообщены оценки за урок. Отмечены более рациональные способы решениЯ уравнений, предложенных учениками, подведены итоги поединка. Сделан вывод, что все три группы работали на уроке на высоком уровне. Справились с заданиями.и нет смысла выявлять победителя на этом турнире. Победили знания, умения на практике применять методы решения уравнений.

Литература

1. Виленкин Н.Я. Алгебра и математический анализ для 10 класса: Учебное пособие /Н.Я. Виленкин, О.С. Ивашев – Мусатов, С.И. Шварцбурд.-М.:Просвещение,1998.-288с.
2. Галицкий М.Л. Углубленное изучение алгебры и математического анализа:Метод. рекомендации и дидакт. материалы:Пособие для учителя /М.Л. Галицкий, М.М. Мошкович, С.И. Шварцбурд.-М.: Просвещение, 1997.-352с.
3. Шарыгин И.Ф. Факультативный курс по математике: Решение задач: Учебное пособие для 10 кл. сред. шк.- М.: Просвещение, 1989.-252с.